Guía del maestro
Matemática General Universitaria

PNA

CollegeBoard
Puerto Rico y América Latina

Mission Statement

The College Board's mission is to connect students to college success and opportunity. We are a not-for-profit membership organization committed to excellence and equity in education.

About the College Board

The College Board is a mission-driven not-for-profit organization that connects students to college success and opportunity. Founded in 1900, the College Board was created to expand access to higher education. Today, the membership association is made up of more than 6,000 of the world's leading educational institutions and is dedicated to promoting excellence and equity in education. Each year, the College Board helps more than seven million students prepare for a successful transition to college through programs and services in college readiness and college success — including the SAT® and the Advanced Placement Program®. The organization also serves the education community through research and advocacy on behalf of students, educators and schools.

For further information, visit www.collegeboard.org.

El College Board de Puerto Rico y América Latina (CBPRAL) desarrolla programas y servicios similares a los que se ofrecen en los Estados Unidos, pero especialmente diseñados para poblaciones cuyo vernáculo es el español. Estos programas están dirigidos a sistematizar los procesos de evaluación y admisión universitaria, a fortalecer la orientación académica y personal y a promover la excelencia educativa.

Entre nuestros programas más conocidos se encuentran el Programa de Evaluación y Admisión Universitaria (PEAU™), que incluye la Prueba de Aptitud Académica™ (PAA™) y las Pruebas de Aprovechamiento Académico™ (PACH™); las Pruebas de Ingreso y Evaluación para el Nivel Secundario (PIENSE™); el Programa de Nivel Avanzado (PNA™); el Inventario CEPA™ (Conoce, Explora, Planifica y Actúa); el English Language Assessment System for Hispanics (ELASH™); la Prueba Preparatoria de Aptitud Académica (Pre-PAA™); las Pruebas de Conocimiento por área (PC); las Pruebas de Certificación de Maestros (PCMAS); y el Teachers of English to Spanish Speakers Test (TESST™).

El College Board está comprometido con el principio de igualdad de oportunidades, y sus programas, servicios y política de empleo se rigen por este principio.

El College Board está comprometido con el principio de no discriminación y con combatir el hostigamiento sexual en el reclutamiento de personal, así como en todos los servicios que ofrece y en las actividades que desarrolla. El College Board basa el empleo en la capacidad personal y la preparación, sin discriminar por razón de raza, color, origen nacional, religión, sexo, edad, condición social, afiliación política, impedimento o cualquier otra característica protegida por la ley.

© 2016 The College Board. College Board and the acorn logo are registered trademarks of the College Board.
All rights reserved.

CONTENIDO

02 INTRODUCCIÓN

03 BOSQUEJO DEL CURSO DE MATEMÁTICA GENERAL UNIVERSITARIA

Unidad 1: Conjuntos (20 días) 3
Unidad 2: Teoría de números (7 días) 3
Unidad 3: Álgebra (30 días) 4
Unidad 4: Relaciones y Funciones - Sistemas de ecuaciones (33 días) 4
Unidad 5: Lógica (10 días) 5
Unidad 6: Estadística y Probabilidad (32 días) 5
Unidad 7: Matemática financiera (8 días) 6
Unidad 8: Geometría (10 días) 6

07 BIBLIOGRAFÍA

08 LA PRUEBA DE MATEMÁTICA GENERAL UNIVERSITARIA

Descripción 8
Ejemplos de ejercicios de selección múltiple y soluciones detalladas 8
Ejemplos de ejercicios para producir la respuesta y soluciones detalladas .. 13
Fórmulas matemáticas 16

17 PRUEBA DE PRÁCTICA

Ejercicios de selección múltiple 17
Ejercicios para producir la respuesta 22
Hoja de contestaciones para los ejercicios de producir la respuesta .. 23
Clave de la prueba de práctica 24

25 COMITÉ DE EXAMINADORES

INTRODUCCIÓN

El Programa de Nivel Avanzado (PNA) se instituyó en 1968 en Puerto Rico. Es una colaboración entre College Board Puerto Rico y América Latina, el Departamento de Educación de Puerto Rico y las universidades públicas y privadas del país. De esta colaboración también reciben beneficios los colegios y las escuelas privadas, además de estudiantes que se preparan independientemente para retar las pruebas.

El PNA tiene actualmente una oferta académica de cuatro cursos: uno de Español, uno de Inglés y dos de Matemáticas. Las universidades participantes en el programa acreditan estos cursos como equivalentes a sus cursos de primer año a los estudiantes cuyo desempeño en las respectivas pruebas sea satisfactorio, de acuerdo con las recomendaciones de College Board y los criterios establecidos por las propias universidades. Esto implica, por ejemplo, que un estudiante que tome tres de estos cursos y califique adecuadamente en las pruebas, puede ser admitido a una universidad habiendo aprobado ya hasta 18 créditos de su carrera universitaria, el equivalente a un semestre de estudios, además de un ahorro significativo en su costo. Por cuanto estos cursos son de nivel universitario, otros grandes beneficios del programa incluyen tener una formación académica más sólida al iniciar sus estudios superiores y un ajuste más fácil a la vida universitaria.

Los dos cursos de matemáticas que se ofrecen son: Matemática General Universitaria y Precálculo. Aunque algunos temas se cubren en ambos cursos, la diferencia en contenido es muy significativa.

El curso de **Matemática General Universitaria** está dirigido a estudiantes que planifican estudiar las llamadas Artes Liberales, tales como Humanidades, Idiomas, Artes Plásticas, Educación Física, Pedagogía y Ciencias Sociales.

El curso de **Precálculo** está dirigido a estudiantes que planifican estudiar Ciencias Naturales (tales como Biología, Física, Geología, Química, etc.), Matemáticas, Ingeniería, Administración de Empresas y Ciencias de Cómputos, cuyos currículos de estudio requieren tomar cursos de Cálculo.

Es posible tomar los dos cursos y, de obtener las calificaciones necesarias en las pruebas correspondientes, recibir crédito universitario por cursos distintos. Esto, sin embargo, en la práctica es muy raro, dado que típicamente las universidades requieren una y no ambas clases como requisito de graduación.

BOSQUEJO DEL CURSO DE MATEMÁTICA GENERAL UNIVERSITARIA

Objetivos generales

I. Proporcionar a los estudiantes una base suficientemente sólida, tanto en conceptos como en destrezas de razonamiento matemático, que les capaciten para continuar estudios universitarios.

II. Facilitar el desarrollo de buenos hábitos de estudio que permitan a los estudiantes cumplir con el rigor de los cursos de nivel universitario.

III. Familiarizar a los estudiantes con el uso de los adelantos tecnológicos necesarios para su desempeño en los cursos universitarios.

Unidad 1: Conjuntos
(Tiempo sugerido: 20 días)

I. Objetivos específicos

A. Caracterizar conjuntos

B. Distinguir si un elemento pertenece o no a un determinado conjunto

C. Reconocer el conjunto universal, el conjunto vacío y el complemento de un conjunto

D. Distinguir entre subconjunto y subconjunto propio

E. Efectuar operaciones con conjuntos

F. Representar conjuntos utilizando los diagramas de Venn

G. Aplicar la teoría de conjuntos a la solución de problemas verbales

H. Identificar el conjunto de los números reales y sus subconjuntos, las relaciones de inclusión entre ellos y sus propiedades

I. Aplicar las propiedades de los números reales

II. Bosquejo de contenido

A. Conceptos básicos: conjunto bien definido, notación, representación, elemento, conjunto finito, conjunto infinito, cardinalidad, conjuntos iguales, conjuntos equivalentes.

B. Conjunto universal, complemento de un conjunto, conjunto nulo o vacío

C. Subconjuntos

D. Operaciones elementales: intersección, unión, diferencia, complemento y producto cartesiano

E. Diagrama de Venn

F. Aplicaciones de la teoría de conjuntos

G. Conjuntos numéricos: números naturales, cardinales, enteros, racionales, irracionales y reales

H. Propiedades de los números reales: clausura, elemento neutro, identidad, elemento inverso, asociativa, conmutativa y distributiva

Unidad 2: Teoría de números
(Tiempo sugerido: 7 días)

I. Objetivos específicos

A. Reconocer los factores (o divisores) y los múltiplos de un número entero

B. Distinguir entre número primo y número compuesto

C. Determinar si un número es divisible por 2, 3 y 5, sin efectuar la división

D. Descomponer un número entero en producto de factores primos y potencias de primos

E. Obtener el conjunto de todos los divisores de un número entero

F. Calcular el divisor común mayor y el múltiplo común menor de dos o más números enteros

II. Bosquejo de contenido

A. Múltiplos, factores (o divisores)

B. Números primos y compuestos

C. Reglas de divisibilidad por 2, 3 y 5

D. Factorización prima

E. Divisor común mayor y múltiplo común menor

Unidad 3: Álgebra
(Tiempo sugerido: 30 días)

I. Objetivos específicos

A. Identificar los términos, los coeficientes y el grado de un polinomio
B. Combinar términos semejantes
C. Aplicar reglas de exponentes
D. Efectuar sumas, restas y multiplicaciones con polinomios
E. Factorizar binomios y trinomios cuadráticos
F. Aplicar las propiedades de las igualdades y de las desigualdades a la solución de:
    1. ecuaciones de primer grado en una variable
    2. inecuaciones de primer grado en una variable
    3. ecuaciones de segundo grado en una variable
    4. ecuaciones literales
G. Representar gráficamente la solución de una ecuación y de una inecuación
H. Plantear y resolver problemas verbales usando ecuaciones e inecuaciones de primer grado en una variable
I. Definir y aplicar los conceptos de razón y proporción
J. Definir exponentes racionales y radicales; aplicar reglas de radicales

II. Bosquejo de contenido

A. Conceptos básicos de polinomios
B. Reglas de exponentes
C. Suma, resta y multiplicación de polinomios
D. Factorización de polinomios cuadráticos
E. Axiomas de la igualdad: reflexividad, simetría, transitividad y sustitución
F. Propiedades aditiva y multiplicativa de las igualdades y desigualdades
G. Aplicación de las propiedades mencionadas a la solución de ecuaciones e inecuaciones de primer grado en una variable y ecuaciones literales
H. Ecuaciones cuadráticas en una variable
I. Representación gráfica de la solución de una ecuación y de una inecuación de primer grado en una variable
J. Ejercicios de aplicación de ecuaciones e inecuaciones
K. Razón y proporción
L. Exponentes racionales y radicales

Unidad 4: Relaciones y Funciones Sistemas de ecuaciones
(Tiempo sugerido: 33 días)

I. Objetivos específicos

A. Localizar puntos en el plano
B. Hallar la distancia y el punto medio entre dos puntos en el plano
C. Identificar y distinguir entre una relación y una función
D. Determinar el dominio y el alcance (campo de valores) de una función
E. Determinar las intersecciones con los ejes de la gráfica de una función
F. Interpretar gráficas de funciones
G. Evaluar una función
H. Distinguir entre una función lineal y una no lineal
I. Definir, calcular e interpretar la pendiente de una recta
J. Trazar la gráfica de una función lineal
K. Escribir la ecuación de una recta
L. Establecer una variación directa entre dos magnitudes y decir qué significado tiene la constante de proporcionalidad
M. Determinar el número de puntos de intersección de dos rectas en un plano
N. Resolver sistemas de ecuaciones lineales con dos variables
O. Aplicar el concepto de función

II. Bosquejo de contenido

A. Sistema de coordenadas cartesianas
B. Distancia y punto medio
C. Relaciones, dominio, alcance (campo de valores) y gráficas
D. Rectas: pendiente, intersecciones con los ejes, ecuación, rectas horizontales, rectas verticales, rectas paralelas, rectas perpendiculares
E. Funciones: dominio, alcance (campo de valores), evaluación, gráficas e intersecciones con los ejes
F. La función lineal
G. Variación directa
H. Sistemas de ecuaciones lineales en dos variables. Solución por métodos gráfico, sustitución y eliminación

Unidad 5: Lógica
(Tiempo sugerido: 10 días)

I. Objetivos específicos

A. Identificar razonamiento deductivo y razonamiento inductivo
B. Identificar patrones numéricos
C. Definir y aplicar los conceptos de operador lógico, proposición simple, proposición compuesta, cuantificadores, condicional, bicondicional, inverso, recíproco (converso), contrapositivo
D. Construir tablas de veracidad e identificar tautologías y falacias

II. Bosquejo de contenido

A. Razonamiento deductivo y razonamiento inductivo
B. Búsqueda de patrones numéricos
C. Proposiciones simples
D. Proposiciones compuestas: conjunción, disyunción, negación, condicional y sus variantes, bicondicional
E. Tablas de veracidad
F. Tautologías y falacias

Unidad 6: Estadística y Probabilidad
(Tiempo sugerido: 32 días)

I. Objetivos específicos

A. Definir el concepto de estadística
B. Definir el concepto de variable aleatoria (discreta y continua)
C. Definir los conceptos de parámetro, población, muestra, censo, encuesta
D. Definir el concepto de distribución de frecuencias
E. Recopilar y tabular datos
F. Construir tablas y gráficas (se incluyen pictogramas, diagramas circulares, polígonos de frecuencias, histogramas, gráficas de barra y de línea)
G. Analizar e interpretar tablas y gráficas
H. Calcular medidas de tendencia central en datos agrupados y no agrupados
I. Aplicar las medidas de tendencia central a la resolución de problemas
J. Calcular e interpretar medidas de posición: cuartiles, deciles, percentiles
K. Calcular e interpretar las medidas de dispersión (rango, desviación estándar, varianza)
L. Aplicar las medidas de dispersión a la resolución de problemas
*M. Definir el concepto de distribución normal
*N. Relacionar las medidas de tendencia central y de dispersión con la curva normal
O. Resolver problemas usando el principio de conteo
P. Definir el concepto de probabilidad experimental y teórica
Q. Definir los conceptos de espacio muestral, eventos dependientes e independientes y eventos mutuamente excluyentes
R. Determinar la probabilidad de un evento simple
*S. Determinar la probabilidad condicional
T. Aplicar los conceptos probabilísticos a la solución de problemas
U. Utilizar la calculadora para efectuar cálculos estadísticos

II. Bosquejo de contenido

A. Vocabulario básico: estadística, variable aleatoria, parámetro, población, muestra, censo, encuesta
B. Recopilación, clasificación y tabulación de datos
C. Gráficas: barras, histogramas, de línea, polígonos de frecuencias, circulares y pictóricas
D. Distribuciones de frecuencias
E. Medidas de tendencia central: media aritmética, media ponderada, mediana, moda
F. Medidas de posición: cuartiles, deciles y percentiles
G. Medidas de dispersión: rango, desviación estándar y varianza
*H. Distribución normal
I. Experimentos probabilísticos: lanzar una moneda, tirar un dado, etc.
J. Probabilidad de un evento
K. Uso de fórmulas para determinar permutaciones y combinaciones
L. El espacio muestral de un experimento
*M. Probabilidad condicional
*N. Reglas de probabilidad
O. Ejercicios de aplicación

* Temas opcionales.

Unidad 7: Matemática financiera
(Tiempo sugerido: 8 días)

I. Objetivos específicos

A. Definir y calcular interés simple e interés compuesto
B. Calcular valor presente y valor futuro
C. Aplicar los conceptos de interés y porcentaje

II. Bosquejo de contenido

A. Porcentaje y tipos de interés
B. Interés simple e interés compuesto
C. Problemas sobre porcentaje, valor presente y valor futuro

Unidad 8: Geometría
(Tiempo sugerido: 10 días)

I. Objetivos específicos

A. Identificar puntos, rectas, planos y ángulos
B. Definir e identificar triángulos, cuadriláteros, círculos, paralelepípedos y esferas
C. Calcular medidas de ángulos
D. Aplicar el teorema de Pitágoras
E. Definir y calcular el perímetro y el área de triángulos y cuadriláteros
F. Definir y calcular la circunferencia y el área de un círculo
G. Definir y calcular el área de superficie y volumen de paralelepípedos y esferas
H. Resolver ejercicios de aplicación

II. Bosquejo de contenido

A. Puntos, rectas, planos y ángulos
B. Triángulos, cuadriláteros y círculos
C. Teorema de Pitágoras
D. Perímetro y área de triángulos y cuadriláteros
E. Circunferencia y área de círculos
F. Paralelepípedos y esferas
G. Área de superficie y volumen de paralelepípedos y esferas

BIBLIOGRAFÍA

1. Acevedo Silva, Vitaliano, Marco Antonio Valadez Sánchez y Eusebio Vargas Bello. *Matemáticas con aplicaciones 1: aritmética y álgebra*. McGraw-Hill, México. 1996.

2. Barnett, Raymond, Michael Ziegler y Karl Byleen. Precálculo: *Funciones y gráficas*. McGraw-Hill. 2005. 5ª ed.

3. Bittinger, Marvin y David Ellenbogen. *Elementary Algebra: Concepts and Applications*. Pearson. 2012. 9ª ed.

4. Dugopolski, Mark. *Intermediate Algebra*. McGraw-Hill. 2000. 7ª ed.

5. Holder, Leonard Irvin. *A Primer for Calculus.* Wadsworth. 1993. 6ª ed.

6. Kaufmann, Jerome y Karen Schwitters. *Intermediate Algebra.* Cengage Learning. 2014. 10ª ed.

7. Lial, Margaret, John Hornsby y Terry McGinnis. *Intermediate Algebra.* Pearson. 2010. 11ª ed.

8. Martínez Aguilera, Miguel Ángel. *Matemáticas II: Geometría y trigonometría*. McGraw-Hill. 1997.

*9. Miller, Charles, Vern Heeren y John Hornsby. *Matemática: razonamiento y aplicaciones*. Pearson. 2013. 12ª ed.

10. Munem, Mustafa y Carolyn, West. *Intermediate Algebra*. Kendall. 2005. 6ª ed.

11. Portus Govinden, Lincoyán. *Matemáticas financieras*. McGraw-Hill Interamericana. 1998. 4ª ed.

12. Rivera, Olgamary, Nilsa Toro Ramos y Pedro Vásquez Urbano. Razonamiento Matemático. Universidad de Puerto Rico – Mayagüez. 2012.

13. Rodríguez Ahumada, José Guillermo, A. L. Caraballo, Teresa Cruz y Omar Hernández. *Razonamiento matemático: fundamentos y aplicaciones*. Thomson. 2002. 2ª ed.

14. Sánchez, Octavio. *Probabilidad y estadística*. McGraw-Hill, México. 2010. 3ª ed.

15. Smith, Karl. *Mathematics: Its Power and Utility*. Cengage Learning. 2012. 10ª ed.

16. Smith, Karl. *The Nature of Problem Solving in Geometry and Probability: A Liberal Arts Approach*. Cengage Learning. 2003.

17. Swokowski, Earl. *Álgebra y trigonometría con geometría analítica*. Cengage Learning. 2010. 13ª ed.

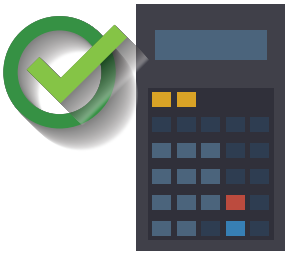
*Texto recomendado

Descripción

La Prueba de Matemática General Universitaria tiene una duración aproximada de dos horas y treinta minutos y contiene ejercicios sobre las siguientes áreas: Conjuntos, Teoría de números, Álgebra, Relaciones y Funciones, Sistemas de ecuaciones, Lógica, Estadística y Probabilidad, Matemática financiera y Geometría. Mide destrezas y conocimientos equivalentes a los que, por lo regular, se exigen en un curso de matemática para estudiantes universitarios de Artes Liberales; es decir, de Humanidades, Ciencias Sociales y Educación, entre otros. Esta prueba NO se recomienda para los estudiantes que piensan continuar estudios universitarios en Ingeniería, Matemáticas, Computadora, Ciencias Naturales, Administración de Empresas y otras áreas en las que se requieren destrezas y conocimientos avanzados de las matemáticas. Sin embargo, algunas de las instituciones universitarias la utilizan para propósitos de ubicación. Para ellos se recomienda la Prueba de Precálculo.

A continuación se presenta la distribución por área de contenido y peso (en porcentaje) de la prueba.

Área de contenido de la prueba	Peso en porcentaje en la prueba
Conjuntos	13
Teoría de números	5
Álgebra	20
Relaciones y Funciones Sistema de ecuaciones	22
Lógica	7
Estadística y Probabilidad	21
Matemática financiera	5
Geometría	7
Total	100



Se permite utilizar una calculadora científica durante toda la prueba.

Ejemplos de ejercicios de selección múltiple y soluciones detalladas

A continuación encontrará diez (10) ejercicios de selección múltiple con sus soluciones. En algunos de ellos la explicación está completa, pero para otros se deben recordar algunas definiciones y propiedades aprendidas en el curso. La explicación de la mayoría de estos problemas servirá de guía para la solución de otros ejercicios semejantes. El estudiante debe tratar de resolver primero el problema y luego referirse a la solución dada para verificar si su razonamiento es el correcto.

Ejemplos

1. Si $A = \{1, 12, 13\}$ y $B = \{1, 9, 15\}$, entonces
   (A) $A \cup B = \varnothing$
   (B) $A \cup B = \{1\}$
   (C) $B \subseteq A$
   (D) $A \cap B = \varnothing$
   (E) $A \cap B = \{1\}$

Solución:

Por definición, la intersección de los conjuntos A y B, representada por $A \cap B$, es el conjunto de elementos comunes para A y B.

Las opciones (A) y (B) no son correctas porque $A \cup B = \{1, 9, 12, 13, 15\}$. La opción (C) no es correcta porque no todos los elementos de B están en A. La opción (D) establece que no hay elementos en común entre A y B.

La opción correcta es la (E).

2. ¿Cuál de los siguientes es un número irracional?

   (A) $-\sqrt{5}$

   (B) $-\sqrt{4}$

   (C) 4.333

   (D) $\frac{17}{3}$

   (E) $6.2\overline{11}$

Solución:

Un número irracional no se puede expresar como el cociente de dos enteros (el denominador diferente de cero). Esto es, no puede ser un número entero, una fracción, un decimal exacto ni un decimal periódico. Un número irracional es un decimal infinito no periódico.

La opción correcta es la (A).

3. Suponga que $a = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^1 \cdot 11^2$ y que el máximo común divisor de a y un número b es 132. El valor del número b podría ser

   (A) 840

   (B) 924

   (C) 1176

   (D) 1848

   (E) 4158

Solución:

El máximo común divisor de un grupo de números naturales es el número natural más grande que es factor de todos los números del grupo. La factorización prima de 132 es $2^2 \cdot 3 \cdot 11$ y la de cada una de las opciones es

$840 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$

$924 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11$

$1176 = 2^3 \cdot 3 \cdot 7^2$

$1848 = 2^3 \cdot 3 \cdot 7$

$4158 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7 \cdot 11$

Al aplicar la definición, 132 es el máximo común divisor de 924 y el número a.

La opción correcta es la (B).

4. Si $a^2x^2 + 4ax + 3 = 0$, $a \neq 0$, entonces

   (A) $x = -3; x = -1$

   (B) $x = -\frac{3}{a}; x = -\frac{1}{a}$

   (C) $x = \frac{3}{a}; x = \frac{1}{a}$

   (D) $x = -\frac{1}{3}; x = -1$

   (E) $x = -\frac{a}{3}; x = -a$

Solución:

La ecuación $a^2x^2 + 4ax + 3 = 0$ es cuadrática y factoriza así:

$a^2x^2 + 4ax + 3 = 0$, $a \neq 0$

$(ax)^2 + 4(ax) + 3 = 0$

$(ax + 3)(ax + 1) = 0$

$ax + 3 = 0$, $ax + 1 = 0$

$ax = -3$, $ax = -1$

$x = -\frac{3}{a}$, $x = -\frac{1}{a}$

La opción correcta es la (B).

5. Dada la ecuación lineal en x, $ax = b$, donde $a > 0$, si b aumenta en 1, ¿en cuánto aumenta x ?

(A) 0

(B) 1

(C) b

(D) $\frac{1}{a}$

(E) $\frac{1}{b}$

Solución:

Si $ax = b$, entonces, $x = \frac{b}{a}$.

Llamemos x_1 a la x cuando la b aumenta 1.

Como $x = \frac{b}{a}$, entonces

$$x_1 = \frac{b+1}{a}$$

$$x_1 = \frac{b}{a} + \frac{1}{a}$$

$$x_1 = x + \frac{1}{a}$$

$$x_1 - x = \frac{1}{a}$$

Esto representa que x aumenta en $\frac{1}{a}$.

La opción correcta es la (D).

6. La ecuación de la recta que pasa por el punto (2, –1) y que es perpendicular a la recta cuya ecuación es $2x + y = 2$ es

(A) $y + 1 = -\frac{1}{2}(x - 2)$

(B) $y + 1 = -2(x - 2)$

(C) $y + 1 = \frac{1}{2}(x - 2)$

(D) $y - 1 = -2(x - 2)$

(E) $y - 1 = \frac{1}{2}(x - 2)$

Solución:

Si las rectas son perpendiculares, tienen pendientes recíprocas y de signos opuestos. Comenzamos determinando la pendiente m de la recta $2x + y = 2$. La ecuación se puede reescribir como $y = -2x + 2$, lo que implica que $m = -2$. Por lo tanto, la pendiente de una recta perpendicular a la anterior es $m_1 = \frac{1}{2}$. Al sustituir este dato y el punto (2, –1) en la ecuación punto-pendiente se obtiene

$$y - y_1 = m_1(x - x_1)$$

$$y - (-1) = \frac{1}{2}(x - 2)$$

$$y + 1 = \frac{1}{2}(x - 2)$$

La opción correcta es la (C).

7. ¿Cuál de las siguientes NO es una proposición?
   (A) Está lloviendo.
   (B) Juan está en la casa.
   (C) Es de noche.
   (D) Quizá no coma.
   (E) Algunos carros son azules.

Solución:

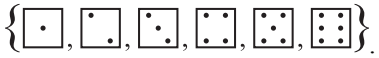
Una proposición o enunciado es una oración declarativa que expresa un hecho que es verdadero o falso. No representa una opinión, una orden ni una pregunta.

La opción correcta es la (D).

8. En una caja hay tres (3) balones: uno azul, uno rojo y uno verde. Si un experimento consiste en sacar un balón de la caja y a la vez tirar un dado balanceado, ¿cuántos puntos tiene el espacio muestral del experimento?
   (A) 2
   (B) 9
   (C) 12
   (D) 18
   (E) 216

Solución:

Observemos que por el principio fundamental de conteo, tenemos que el número total de elementos del espacio muestral es 3(6) = 18, ya que hay tres balones de diferentes colores (uno azul, uno rojo, uno verde) y 6 resultados para un dado



La opción correcta es la (D).

9. La edad de Ana es un número que representa el 20% de la edad de María, y la de Carlos es el 25% de la de Ana. ¿Qué porcentaje de la edad de María representa la edad de Carlos?

(A) 0.5
(B) 5
(C) 22.5
(D) 45
(E) 50

Solución:

Si x es la edad de María, entonces $0.2x$ es la edad de Ana.

La edad de Carlos es $0.25(0.2x) = 0.05x$.

Establecemos una proporción

$$\frac{P}{100} = \frac{\text{Edad de Carlos}}{\text{Edad de María}}$$

$$\frac{P}{100} = \frac{0.05x}{x} \Rightarrow \frac{P}{100} = \frac{0.05}{1} \Rightarrow P = 5$$

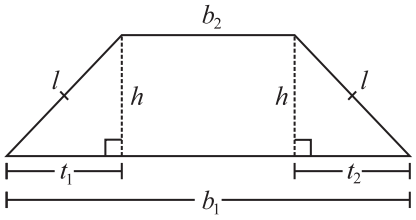
y obtenemos que el porcentaje de la edad de Carlos con respecto a la edad de María es 5.

La opción correcta es la (B).

10. En un trapecio isósceles, la base mayor mide 70 cm, la base menor 30 cm y cada lado no paralelo mide 29 cm. ¿Cuál es el área del trapecio en cm^2?

(A) 129
(B) 158
(C) 525
(D) 1,050
(E) No se puede determinar.

Solución:



La figura anterior representa un trapecio isósceles donde

b_1 = longitud de la base mayor

b_2 = longitud de la base menor

l = longitud de los lados no paralelos y congruentes

h = altura

Según los datos: $b_1 = 70$ cm, $b_2 = 30$ cm y $l = 29$ cm. Por las propiedades que tiene el trapecio isósceles, los triángulos rectángulos formados son congruentes, lo que implicaría que $t_1 = t_2$.

Para hallar t_1 utilizamos el siguiente argumento:

$$b_1 = t_1 + b_2 + t_2$$

$$b_1 - b_2 = t_1 + t_2$$

$$b_1 - b_2 = t_1 + t_1 = 2t_1$$

$$t_1 = \frac{b_1 - b_2}{2} = \frac{70 - 30}{2} = \frac{40}{2} = 20$$

Para hallar la altura usamos el Teorema de Pitágoras:

$$h = \sqrt{l^2 - t_1^2} = \sqrt{(29)^2 - (20)^2} = \sqrt{841 - 400} = \sqrt{441} = 21$$

El área del trapecio es

$$A = \frac{(b_1 + b_2)h}{2} = \frac{(70 + 30)(21)}{2} = \frac{(100)(21)}{2} = (50)(21) = 1050$$

La opción correcta es la (D).

Ejemplos de ejercicios para producir la respuesta y soluciones detalladas

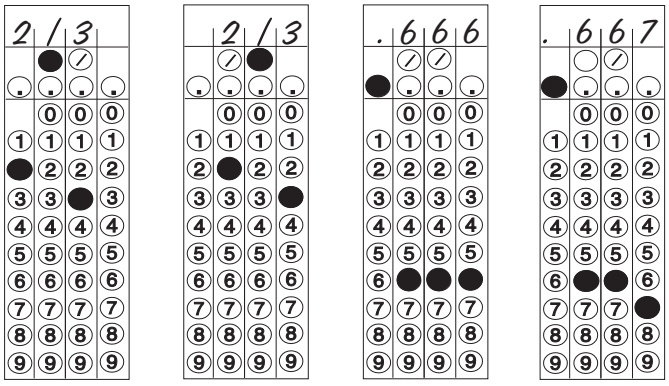
Los ejercicios para producir la respuesta son aquellos en los que el estudiante, luego de resolver el problema, registra su respuesta en un encasillado de cuatro columnas siguiendo estas directrices:

Primero, anote su contestación en los espacios que se proveen en la parte superior de las columnas, y luego oscurezca las burbujas correspondientes.

- Las respuestas deben ser números positivos, ya sean enteros, fracciones o decimales.
- Si se oscurece más de una burbuja en la misma columna se invalida la contestación.
- Solo se recibirá crédito por las respuestas registradas correctamente y no por el proceso realizado.
- Debe registrar una sola respuesta aunque haya otras (más de una) respuestas correctas.
- La respuesta nunca podrá ser negativa.
- No se pueden registrar radicales. Tienen que llevarse a sus expresiones más simples, números positivos, enteros, fracciones o decimales.
- No se pueden registrar números mixtos; estos deben cambiarse a fracciones impropias.
- Las expresiones deben ser registradas con precisión decimal, si se opta por esa notación. Ejemplo: si la respuesta es $\frac{2}{3}$, serían aceptables las expresiones .666 y .667, pero no se aceptará .66 ni .67, ya que resulta menos preciso. Los siguientes diagramas ilustran las posibles formas aceptables de registrar la respuesta correcta.

Pasos a seguir:

- Trabaje el ejercicio
- Escriba la respuesta
- Oscurezca las burbujas correspondientes



A continuación encontrará cinco (5) ejercicios para producir la respuesta con sus soluciones. En algunos de ellos la explicación está completa, pero para otros se deben recordar algunas definiciones y propiedades aprendidas en el curso. La explicación de la mayoría de estos problemas servirá de guía para la solución de otros ejercicios semejantes. El estudiante debe tratar de resolver primero el problema, y luego referirse a la solución dada para verificar si su razonamiento es el correcto.

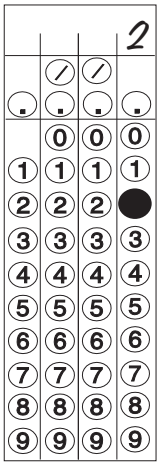
Ejemplos

1. ¿Cuántos factores primos tiene el número 133?

Solución:

La factorización prima de 133 es 19 × 17. Por lo tanto, tiene 2 factores primos.

La respuesta es 2.

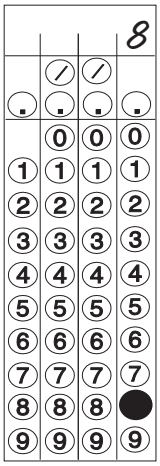


2. Sea f una función que satisface $f(2x) = 4x$. Determine $f(4)$.

Solución:

Observe que $4x$ es el doble de $2x$. Por consiguiente, si $f(2x) = 2(2x)$, entonces, $f(4) = 2(4) = 8$.

La respuesta es 8.



3. ¿Cuál es el próximo término de la sucesión $1, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, 2, \frac{7}{2}, \ldots$?

Solución:

Observemos que la suma del primer y segundo término es $\frac{3}{2}$, la suma del segundo y el tercer término es 2 y la suma del tercer y el cuarto término es $\frac{7}{2}$. Por lo tanto, la suma del cuarto y el quinto término es $\frac{11}{2}$.

La respuesta es $\frac{11}{2}$, que también se puede escribir 5.5.

Años de experiencia	Frecuencia
3	5
10	4
20	6
25	10

4. La tabla anterior resume información obtenida al realizar una encuesta entre los maestros de una escuela con relación a sus años de experiencia. ¿Cuál es la mediana de los años de experiencia?

Solución:

Se tabulan las frecuencias acumuladas.

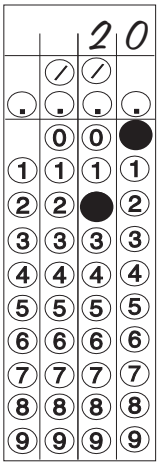
Años de experiencia	Frecuencia	Frecuencia acumulada
3	5	5
10	4	9
20	6	15
25	10	25

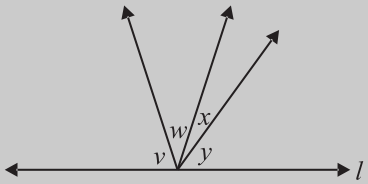
La suma de las frecuencias indica que existen 25 datos en total.

La posición de la mediana es $\frac{25+1}{2}=13$.

De la columna de la frecuencia acumulada, los datos del décimo al decimoquinto corresponden al número 20. Esto significa que el decimotercer dato es un 20, de manera que la mediana es 20.

La respuesta es 20.





5. En la figura anterior, l es una recta, $v = 2w$, $w = 2x$, $x = \frac{y}{3}$. ¿Cuál es el valor de y ?

Solución:

Dado que

$v = 2w$

$w = 2x$

$x = \frac{y}{3}$, entonces, $w = 2\left(\frac{y}{3}\right)$

$$v = 4\left(\frac{y}{3}\right)$$

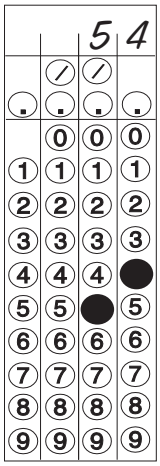
Por lo tanto, $\frac{4y}{3} + \frac{2y}{3} + \frac{y}{3} + y = 180°$

$\frac{10}{3}y = 180$

$10y = 540$

$y = 54$

La respuesta es 54.



Fórmulas matemáticas

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y = mx + b$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$A = \pi r^2$$

$$A = bh$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$I = Prt$$

$$A = P(1 + rt)$$

$$A = P\left(1 + \frac{r}{m}\right)^n$$

$$A = Pe^{rt}$$

$$Y = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^m - 1$$

$$\overline{x} = \frac{\sum x}{n}$$

$$\overline{w} = \frac{\sum x \cdot f}{\sum f}$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x - \overline{x})^2}{n - 1}}$$

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(E) = 1 - P(E')$$

$$A = \frac{1}{2} bh$$

$$C = 2\pi r$$

$$P = 2b + 2h$$

$$A = \frac{1}{2} h(b_1 + b_2)$$

$$S = 4\pi r^2$$

$$S = 2xy + 2xz + 2yz$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$V = xyz$$

$$n! = n(n - 1)(n - 2) \cdots 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n - r)!}$$

$$C(n, r) = \frac{n!}{r!(n - r)!}$$

PRUEBA DE PRÁCTICA

Los treinta (30) ejercicios que aparecen en la prueba de práctica ayudarán al estudiante a determinar si está preparado para la prueba de **Matemática General Universitaria**. Estos ejercicios dan una buena idea de los tipos de preguntas que aparecen en dicha prueba y son representativos del contenido de la misma. El candidato debe tratar de resolver estos problemas en una (1) hora.

El candidato debe trabajar la prueba y referirse a la clave que aparece al final.

Para contestar los ejercicios para producir la respuesta se ha colocado una hoja de contestaciones en la página 23 para que el estudiante registre sus respuestas.

Busca en la página 24 las respuestas correctas de los ejercicios.

Ejercicios de selección múltiple

Instrucciones: **En cada uno de los ejercicios siguientes, indique la respuesta correcta y oscurezca el espacio correspondiente de la letra en la hoja de contestaciones.**

1. Si la factorización prima de P es $K \cdot R$ y la de Q es $2 \cdot K \cdot S$, entonces la factorización prima de $P \cdot Q$ es
   (A) $2 \cdot R \cdot S$
   (B) $K \cdot R \cdot S$
   (C) $4 \cdot K \cdot R \cdot S$
   (D) $2 \cdot K^2 \cdot R \cdot S$
   (E) $2 \cdot K \cdot R^2 \cdot S$

2. ¿Cuáles son todos los factores positivos de 27?
   (A) 1, 27
   (B) 3, 9
   (C) 1, 3, 9, 27
   (D) 3, 9, 27, 81, ...
   (E) 27, 54, 81, 244, ...

3. Simplifique la expresión $16^{-\frac{1}{2}}$.
   (A) -8
   (B) $-\frac{1}{4}$
   (C) $-\frac{1}{8}$
   (D) $\frac{1}{4}$
   (E) 8

4. El perímetro de un rectángulo es 8 veces su ancho. Si el largo mide 6 metros, ¿cuál es el área del rectángulo, en metros cuadrados?
   (A) 12
   (B) 18
   (C) 24
   (D) 30
   (E) 48

5. Si el máximo común divisor de a y b es 6, entonces
   (A) a y b son factores de 6.
   (B) a dividido por b es 6.
   (C) b dividido por a es 6.
   (D) a multiplicado por b es 6.
   (E) a y b son múltiplos de 6.

6. Se desea obtener un litro de una solución al 12% de sal, mezclando X mililitros de una solución al 8% de sal con Y mililitros de otra solución al 18% de sal, ¿cuál será el número de mililitros en la nueva solución?

(A) 120
(B) 180
(C) 400
(D) 600
(E) 800

7. ¿Cuál de las siguientes relaciones NO es una función?

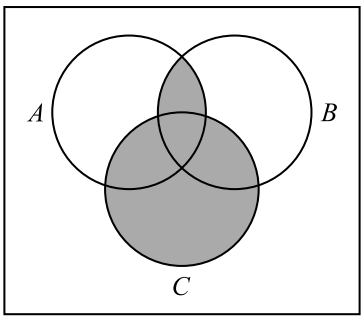
(A) $\{(1, 6), (1, 7), (8, 9)\}$

(B) $\{(-1, 2), (1, 3), (2, 5)\}$

(C) $\{(3, 1), (4, 1), (6, 3)\}$

(D) $\{(1, 1), (2, 3), (3, 5)\}$

(E) $\{(-1, 1), (-2, 2), (-3, 3)\}$



8. En la figura anterior, si A, B, C son conjuntos no vacíos, el área sombreada en el diagrama representa el conjunto

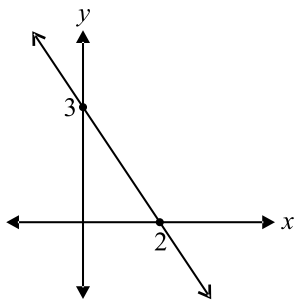
(A) $(A \cup B) \cap C$
(B) $(A \cap B) \cup C$
(C) $A \cup B \cup C$
(D) $A \cap B \cap C$
(E) $B \cap C$

9. Si a tiene un valor entre 3 y 9, y b tiene un valor entre 2 y 8, entonces ab tiene un valor entre

(A) 5 y 17
(B) 6 y 72
(C) 10 y 12
(D) 16 y 27
(E) 18 y 24

10. Considere los conjuntos
$A = \{a, b, c\}$, $B = \{b, c, d\}$ y $C = \{c, d, e\}$.
¿Cuál de los siguientes es equivalente al conjunto B?

(A) $(A \cup B) \cap C$
(B) $(A \cap C) \cup B$
(C) $(A \cap B) \cup C$
(D) $(B \cup C) \cap A$
(E) $(B \cap C) \cup A$



11. La ecuación de la recta que se ilustra en la figura anterior es

(A) $y = -\frac{2}{3x} + 3$

(B) $y = -\frac{3x}{2} + 3$

(C) $y = \frac{2x}{3} - 3$

(D) $y = \frac{3x}{2} - 3$

(E) $y = -\frac{3x}{2} + 2$

12. La propiedad ilustrada por el enunciado $(3 + 4) + 5 = 5 + (3 + 4)$ es la

(A) asociativa de la suma.
(B) asociativa de la multiplicación.
(C) conmutativa de la suma.
(D) conmutativa de la multiplicación.
(E) distributiva.

13. Si $A = \{5, 6, 7, 8, 9\}$, $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, entonces $A - B =$

(A) $\{1, 3\}$
(B) $\{6, 8\}$
(C) $\{5, 7, 9\}$
(D) $\{0, 1, 2, 3, 4\}$
(E) $\{1, 5, 6, 7, 8, 9\}$

14. La pendiente de una recta perpendicular a la recta con ecuación $x - 0.4y = 0$ es

(A) –2.5
(B) –0.4
(C) 0.4
(D) 1
(E) 2.5

15. De un grupo de 440 estudiantes que tomaron el examen, 300 aprobaron Inglés, 280 aprobaron Español, 220 aprobaron Matemáticas, 180 aprobaron Inglés y Español, 160 Español y Matemáticas, 150 Inglés y Matemáticas y 100 aprobaron Inglés, Español y Matemáticas. ¿Cuántos en total aprobaron por lo menos una de estas tres asignaturas?

(A) 30
(B) 100
(C) 410
(D) 440
(E) 800

16. Si p y q son las raíces de la ecuación $3x^2 - 5x + 2 = 0$, y si $p < q$, entonces el valor de la expresión $\frac{3p+1}{2q-3}$ es

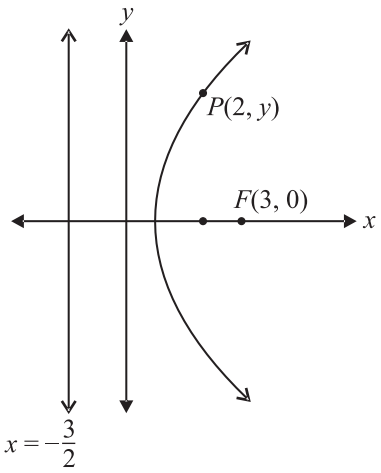
(A) -3
(B) $-\frac{12}{15}$
(C) $\frac{1}{5}$
(D) $\frac{6}{13}$
(E) 2

17. La variable C es directamente proporcional a p^2. Si $C = 5$ cuando $p = \sqrt{10}$, entonces la constante de proporcionalidad es

(A) $\frac{\sqrt{10}}{5}$
(B) $\frac{\sqrt{10}}{2}$
(C) $\frac{1}{2}$
(D) 2
(E) 50

Ausencias	Frecuencias
0-9	21
10-19	10
20-29	3
30-39	2
40-49	14

18. Considere la distribución de frecuencias de la tabla anterior. ¿Cuál de las siguientes es CIERTA?
    (A) El ancho de la clase es 9.
    (B) Uno de los puntos medios de las clases es 34.5.
    (C) La frecuencia relativa para la clase 40-49 es 26%.
    (D) Uno de los límites de la clase es 38.5.
    (E) La frecuencia mayor ocurre en la clase 40-49.



19. En la figura anterior, el punto P equidista del punto F y de la recta con ecuación $x = -\frac{3}{2}$. El valor de y del punto P es
    (A) $\frac{7}{2}$
    (B) $\frac{9}{2}$
    (C) 1
    (D) $\frac{3\sqrt{5}}{2}$
    (E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

20. Simplifique la expresión $\frac{ab^{-2}}{a^{-2}+b^{-2}}$.
    (A) $\frac{a^3}{1+a^2}$
    (B) $\frac{a^3}{a^2+b^2}$
    (C) $\frac{a^3+ab^2}{b^2}$
    (D) $\frac{a^2+b^2}{ab^2}$
    (E) $\frac{a+b^3}{b^2}$

21. Si $a_n = 2n^2 + 2$, entonces los primeros tres términos son
    (A) 1, 2, 3
    (B) 2, 3, 5
    (C) 3, 9, 19
    (D) 4, 10, 20
    (E) 10, 21, 36

22. Un patrono le otorga a su empleado un aumento de 10%. Al no desempeñarse en forma adecuada, decide bajarle el 10% de su nuevo sueldo. Con respecto a su sueldo inicial el empleado
    (A) gana el 1%.
    (B) gana el 5%.
    (C) pierde el 1%.
    (D) pierde el 5%.
    (E) no gana ni pierde.

23. El área de superficie, en centímetros cuadrados, de un prisma rectangular con largo 6 cm, ancho 4 cm y altura 3 cm es

(A) 24
(B) 48
(C) 72
(D) 108
(E) 144

24. Si se lanza tres veces una moneda que no está trucada ni defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de que ocurra una cara y dos cruces?

(A) $\frac{1}{8}$

(B) $\frac{3}{8}$

(C) $\frac{1}{3}$

(D) $\frac{2}{3}$

(E) $\frac{1}{2}$

25. Un estudiante toma una prueba corta de 5 preguntas de cierto o falso. Si el estudiante trata de adivinar todas las preguntas, ¿cuál es la probabilidad de obtener 100% en la prueba?

(A) $\frac{2}{5}$

(B) $\frac{1}{5}$

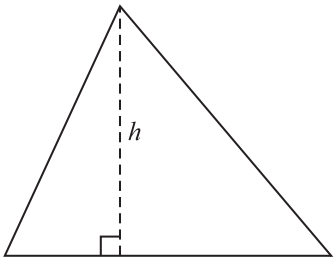
(C) $\frac{1}{20}$

(D) $\frac{1}{32}$

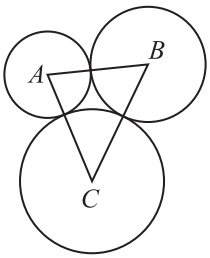
(E) $\frac{1}{100}$

Ejercicios para producir la respuesta

Instrucciones: **Los ejercicios del 26 al 30 tienen un formato diferente en el que no se proveen opciones para escoger. Es necesario que usted resuelva el ejercicio y escriba su respuesta en los encasillados que se proveen en la hoja de contestaciones. Luego debe oscurecer en cada columna las burbujas correspondientes a los números y símbolos que escribió en el encasillado que le pertenece a cada ejercicio.**



26. Utilizando la figura anterior, encuentre la medida de h, en centímetros, si el área del triángulo es 442 cm^2.



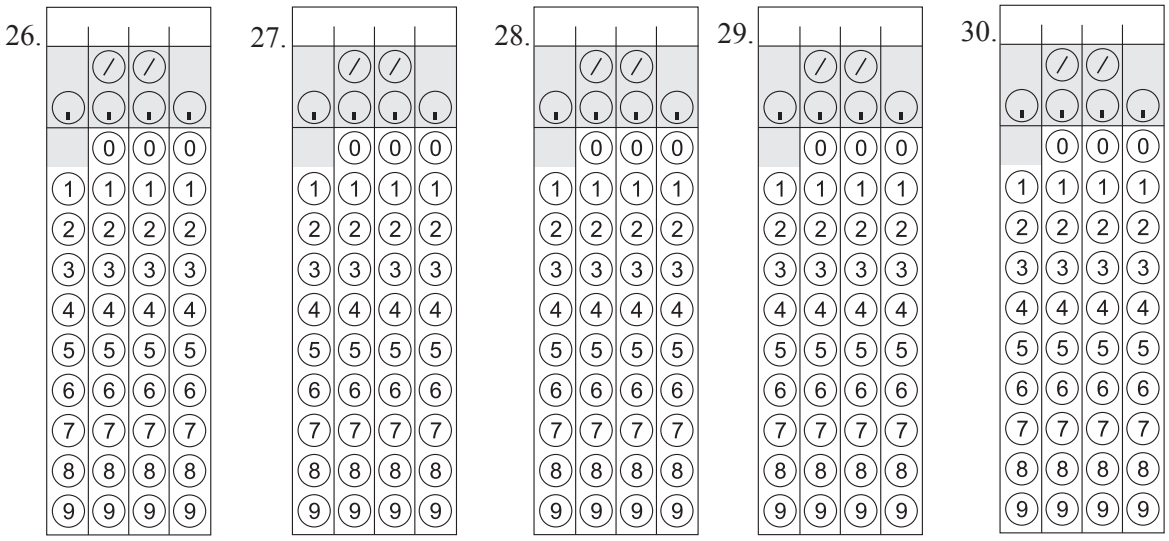
27. En la figura anterior, los radios de los círculos con centros en los puntos A, B y C miden 3, 4 y 5 cm, respectivamente. ¿Cuál es el perímetro, en centímetros, del triángulo ABC?

28. En una tablilla de un librero, el 40% de los libros son de carpeta dura. De los libros restantes, 75% son de ciencia ficción. ¿Cuál es la probabilidad (en forma porcentual) de que al tomar al azar un libro, este no sea de carpeta dura ni de ciencia ficción?

29. Dos autos salen del mismo punto. Uno viaja hacia el norte a 45 mph y el otro viaja hacia el este a 60 mph. ¿A cuántas millas se hallará uno de otro al cabo de 20 minutos?

30. ¿Cuál es la diferencia entre invertir $4,000 por dos años a un 7% de interés compuesto computados semestralmente o invertirlos a un 5% de interés compuesto computado trimestralmente?
(Redondee su respuesta al dólar más cercano)

HOJA DE CONTESTACIONES PARA LOS EJERCICIOS DE PRODUCIR LA RESPUESTA



C CLAVE DE LA PRUEBA DE PRÁCTICA

1.	D	16.	A
2.	C	17.	C
3.	D	18.	B
4.	A	19.	D
5.	E	20.	B
6.	C	21.	D
7.	A	22.	C
8.	B	23.	D
9.	B	24.	B
10.	B	25.	D
11.	B	26.	26
12.	C	27.	24
13.	B	28.	15
14.	B	29.	25
15.	C	30.	172

COMITÉ DE EXAMINADORES

En el comité de examinadores participan profesores activos de diversas instituciones universitarias, además de un maestro que enseñe el curso de Nivel Avanzado en alguna institución de nivel secundario.

CollegeBoard
Puerto Rico y América Latina